# 東京理科大学 理学部第一部応用数学科　石渡研究室 【計算数学部門】

コンピュータを用いた数値シミュレーションは様々な現象の理解・予測等に用いられており、基盤となる数値計算アルゴリズムの開発・改良に**数値解析**は重要な役割を果たしています。数値解析は数学や物理学の一分野で、厳密には解けない問題に対し、数値的に求める近似解法の誤差を評価する“誤差解析“にも由来します。

本研究室では数値解析を軸に、数値計算とある種の離散可積分系との関連付け、線形方程式の求解、時間遅れをもつ数理モデルの性質の解明等に携わってきました。近年は感染症数理モデルにも関心をもっています。

## 離散可積分系と数値計算

被捕食を表す有名な数理生物モデルに関する離散可積分系から，帯行列のブロック対角化により，複素固有値を求める数値計算アルゴリズム[1]が共同研究によって見出されています。

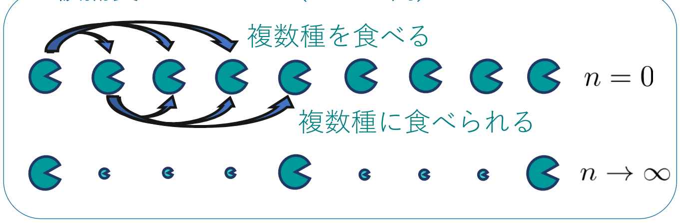

[1] A. Fukuda, E. Ishiwata, M. Iwasaki, Y. Nakamura, The discrete hungry Lotka-Volterra system and a new algorithm for computing matrix eigenvalues, *Inverse Problems*, 25 (2009), 015007, 17pp.


### 離散ハングリーロトカ・ボルテラ (dhLV) 系

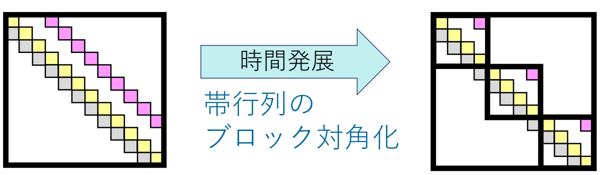
$$u_k^{(n+1)} = u_k^{(n)} \prod_{j=1}^{M} \frac{1+\delta^{(n)} u_{k+j}^{(n)}}{1+\delta^{(n+1)} u_{k-j}^{(n+1)}}, \qquad k = 1, 2, \ldots, M_m$$

$u_k^{(n)}$：離散時間 $n$ における生物種 $k$ の個体数
$(M_k = (M+1)k - M, \quad k = 1, 2, \ldots, m\ )$

### 被捕食のイメージ（$M$=3の例）




dhLV系の時間発展により，複素固有値を計算




行列サイズ: $m\,(M+1)$　　　$M$=3の場合

## 数値線形代数について

連立一次方程式の解や行列の固有値を求める数値計算法の提案等は”数値線形代数”といわれる分野になります。大学１年時の「線形代数」の授業で理論は学びますが、大規模な方程式の解の値を具体的に得るには数値計算が必要です。行列の構造等でも適用解法が異なるため、非常に多くの計算法が開発・改良され続けており[2]、主要な計算法は数値計算ソフトウェアに組み込まれています。


[2] K. Aihara, R. Komeyama, E. Ishiwata, Variant of residual smoothing with a small residual gap, *BIT Numer. Math*. 59 (2019), 565-584.


## 時間遅れ（タイムラグ）の考慮

時間遅れをもつ微分方程式は解析的に解が求まらず、解析が難しい問題が多いですが、遅れがない場合よりも豊かな性質をもつこともあり、昨今、注目されています。数理生物モデルや感染症数理モデルでは以前から時間遅れが考慮されており、近年、離散型の数理モデルに対する考察[3]を進めています。


[3] M. Sekiguchi, E. Ishiwata, Y. Nakata, Dynamics of an ultra-discrete SIR epidemic model with time delay, *Math. Biosci., Eng*. 18 (2018), 653-666.


## 時間遅れを考慮した離散可積分系について

被捕食を表す離散可積分系に時間遅れを考慮すると従来と異なる行列の固有値計算や、交通流等の表現にも応用できることが最近わかりました[5]。さらに時間遅れ付きの方程式と箱玉系（無限個の箱と有限個の玉の動きを表す離散力学系）との関連について検討しています[4]。

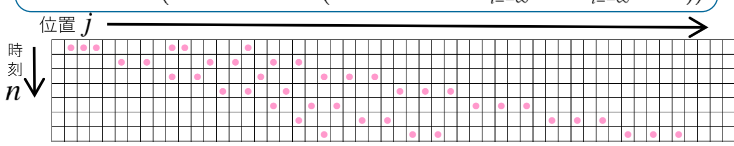

[4] 関口真基，岡来美，岩崎雅史，石渡恵美子，dLVs系から導かれる“加速型”箱玉系，九大応力研 研究集会報告 (2020), 2019AO-S2, 151-156.
[5] M. Sekiguchi, K. Oka, M. Iwasaki, E. Ishiwata, Time-delay version of the integrable discrete Lotka-Volterra system in terms of the LR transformations, *IOP SciNotes,* 2 (2021), 035001.


### 原点シフトを導入した離散ロトカ・ボルテラ(dLVs)系

$$\begin{cases} u_{2k-1}^{(n+1)}\left(1+\delta u_{2k-2}^{(n+1)}\right) = \dfrac{1}{\delta}\left(1+\delta u_{2k-1}^{(n)}\right)\left(1+\delta u_{2k}^{(n)}\right) \\ u_{2k}^{(n+1)}\left(1+\delta u_{2k-1}^{(n+1)}\right) = \delta u_{2k}^{(n)} u_{2k+1}^{(n)} \qquad \text{生物種 } k = 1, 2, \ldots \end{cases}$$

### dLVs系から導いた“加速型”箱玉系の方程式

$$B_{j+1}^{(n+1)} = \max\left(0, -B_j^{(n+1)} + \min\left(1-(B_{j+1}^{(n)}+B_j^{(n)}), \sum_{i=-\infty}^{j-1} B_i^{(n)} - \sum_{i=-\infty}^{j} B_i^{(n+1)}\right)\right)$$




“加速型”箱玉系の数値実験例（従来の箱玉系より玉が早く進む）
⇒ 車が加速して進む様子とも捉えることができる

★ 時間遅れをもつdLVs系と対応する箱玉系は？

## 感染症数理モデルについて

新型コロナウィルス感染症の世界的な流行拡大は深刻な問題となっています。個体数の増減を表す数理モデルを用いて感染症の動向を把握する研究は昔から行われており、感染から発症までの潜伏期間や媒介生物による感染は、時間遅れをもつ数理モデルで表されています。卒業研究等[6]では解析する際に、数値計算も活用しながら、理解を深めています。


[6] Y. Enatsu, M. Kanamori, E, Ishiwata, Mosquito model for Wolbachia infection with hatching delays, JSMB2017（ポスター発表）


本学の総合研究院「数理解析連携研究部門」では、他学部の先生方と数理モデルに関する共同研究を行っており、部門の活動の一環として、感染症に関連する様々な専門の先生方に講演していただく
“神楽坂「感染症にまつわる数理」勉強会”
を不定期ですが開催しています。